D'une tasse de café au réchauffement climatique, quel lien ?

M. M. Mesmoudi avec ses classes de 5ème, 4ème et 3ème avec l'aide de
I. Aubry, D. Azouzi, N. Dupret Perrin, M-H Guillaume, M. Roffidal, A. Salard, N. Sollin
Collège J.Y. Cousteau, Bussy St Georges
& S. Schwer, C. Daussy, A. Kaladjian, A. Yahiaoui,
IREM Paris-Nord, Atouts Sciences, Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris XIII, Villetaneuse

Motivation

- La Conférence mondiale sur le climat (COP21).
- Comprendre comment 140 L d'eau est nécessaire pour faire un café de quelques cL (information passée à la télé, source WWF France).
- Empreinte d'eau et impact écologique d'une boisson courante.
- Lier les mathématiques à l'écologie.
- Optimiser la forme géométrique d'une tasse à café
- Le prix exorbitant des capsules de café est-il justifié ?
- Relever le défi de fabriquer un distributeur automatisé de capsules à café.

L'idée

- A l'approche de la COP21, nous avons décidé de travailler sur un thème écologique reliant les pays du nord aux pays du sud. Le café est le symbole par excellence d'un tel lien.
- Faire un projet reliant mathématiques et ce thème écologique en s'appuyant sur le programme scolaire et le niveau des élèves.

➡ Statistiques et pourcentages (c'est ce qu'on trouve en général sur ce thème).

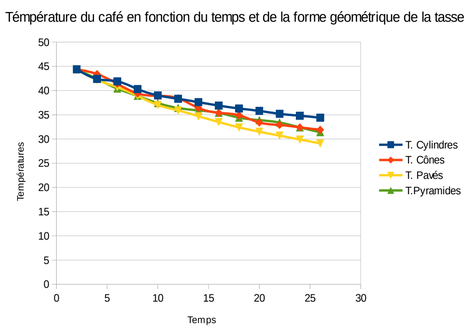
➡ Tableur et graphiques : Étude du refroidissement du café selon la forme de la tasse.

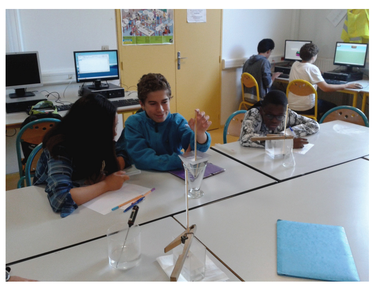
➡ Formes géométriques optimales d'une tasse à café : Tasse qui garde le café chaud le plus longtemps possible (plus de volume pour moins de matière). Étude faisant intervenir la géométrie plane (polygones et cercles) et dans l'espace (prismes, cylindres, cônes, pyramides et sphères).

➡ Repérage dans le plan, dans l'espace et sur une sphère.

- Transposer les résultats sur les tasses aux habitations et aux emballages alimentaires (boîtes de conserve, canettes et bouteilles).
- Étude du gain en matière et son impact écologique.

Approche





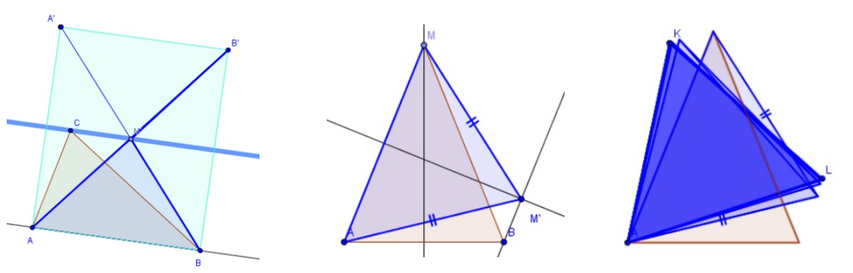
➡ **Pour un même volume, la forme optimale est celle qui a moins de sur-face et qui garde le café chaud le plus longtemps possible**

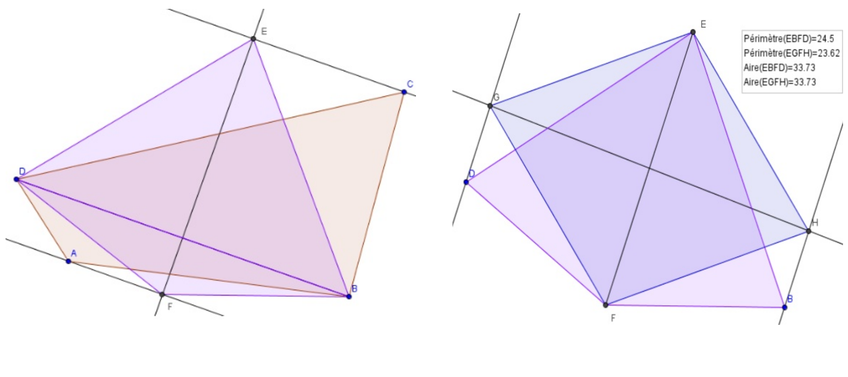
➡ **La forme optimale peut être utilisée en architecture pour faire des maisons écolo-giques moins chères et qui consomment moins d'énergie en hiver.**

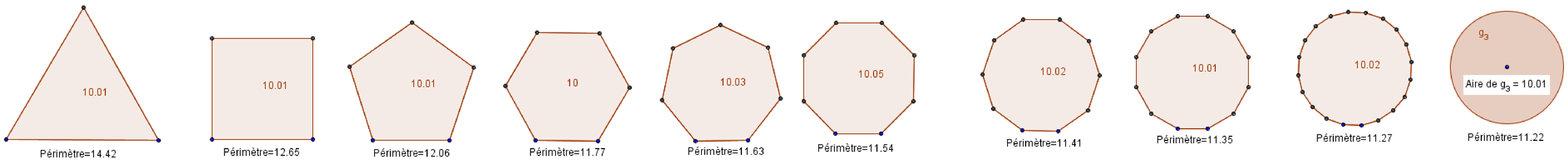
➡

Étudier d'abord le problème en 2D :
Problème de l'araignée L'élastique

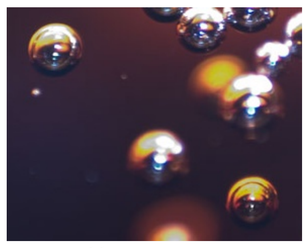
Comparer les formes des tasses à café pour voir celle(s)) qui garde(nt) le café chaud le plus longtemps possible







Généralisation au cas 3D


Bulles gazeuses

Bulles de savon

Goutte d'eau

Cocon d'araignée

Oranges

Grenade

Corail méandrine

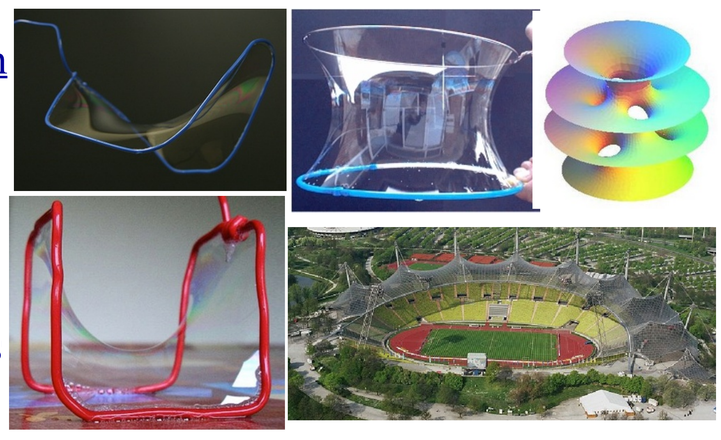
Polyèdres réguliers

	Tétraèdre	Cube	Octaèdre	Dodécaèdre	Icosaèdre
Nombre de faces	4	6	8	12	20
Nombre de sommets	4	8	6	20	12
Nombre d'arêtes	6	12	12	30	30
Nombre d'arêtes issues d'un sommet	3	3	4	3	5
Nombre d'arêtes d'une face	3	4	3	5	3
$\frac{A}{a^2}$	$\sqrt{3} \approx 1{,}732$	6	$2\sqrt{3} \approx 3{,}464$	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}} \approx 20{,}646$	$5\sqrt{3} \approx 8{,}660$
$\frac{V}{a^3}$	$\frac{\sqrt{2}}{12} \approx 0{,}118$	1	$\frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0{,}471$	$\frac{7\sqrt{5}+15}{4} \approx 7{,}663$	$\frac{5(3+\sqrt{5})}{12} \approx 2{,}182$

Source : http://www.matheatre.fr/maths_geo_polyedres-reguliers.html

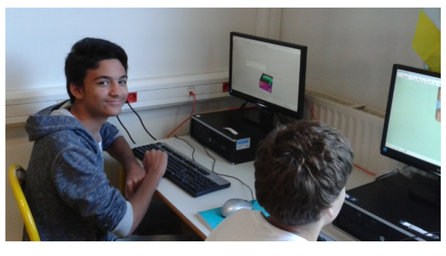
Nom	Faces	Figures	Pour un volume de 1L=1000cm³ L'aire, arrondie à l'unité, est de
Tétraèdre	triangles équilatéraux		721cm²
Cube	carrés		600cm²
Octaèdre	triangles équilatéraux		572cm²
Dodécaèdre	pentagones réguliers		531cm²
Icosaèdre	triangles équilatéraux		515cm²
			484cm² pour la Sphère

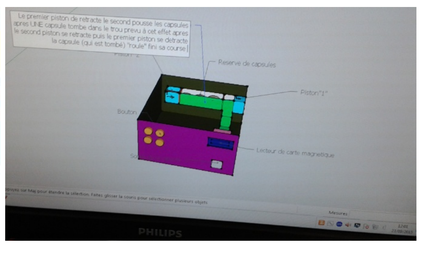
La surface optimisée sans bord que l'on cherche est la **sphère**. Quand il y a des trous, ce sont les surfaces à courbure moyenne constante (CMC).
Exemples :
- La sphère est une CMC.
- Surfaces minimales (CMC=0) : Films de savon ayant des contours.
- Cylindres.



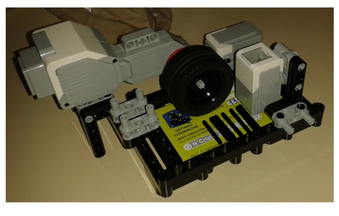
Distributeur de capsules de café : *Dispresso*

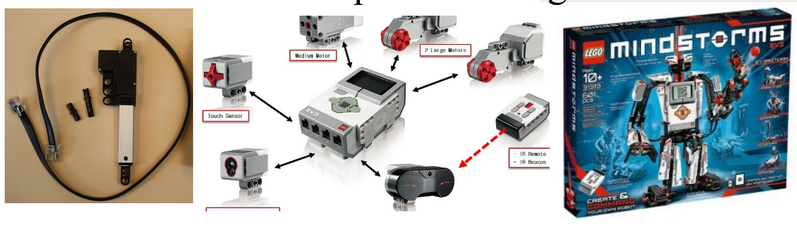
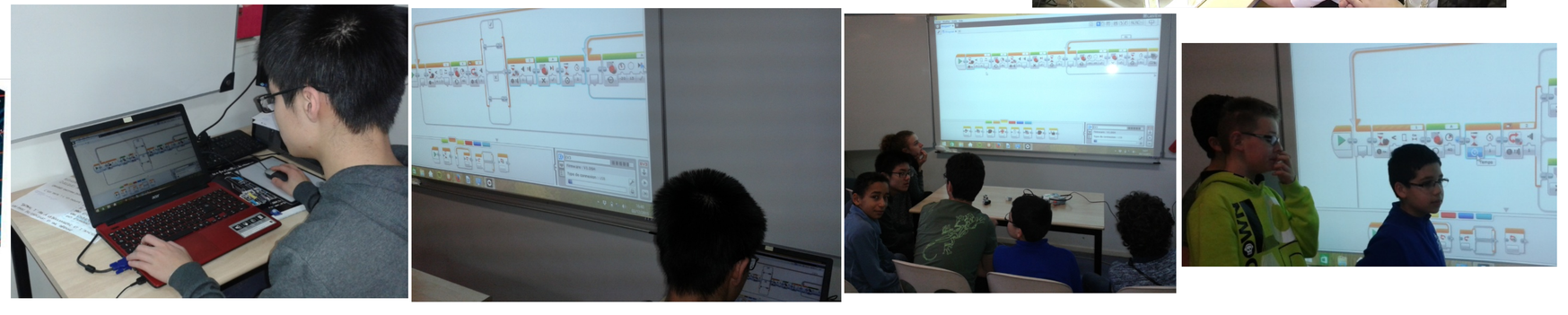
Conception en 3D: Avec Sketchup





Composition : Un lecteur de carte code-barres, boutons de sélection, tubes pour les capsules, vérins.



Programmation avec le logiciel Lego Mindstorms EV3

Réalisation avec des pièces de Lego Mindstorms